ZADANIA Z TRYGONOMETRII

Zadanie 1. Oblicz:

a) $\dfrac{3\cdot\sin 1575^\circ - 4\cdot\cos 450^\circ}{\cos 720^\circ - \sin(-600)^\circ}$

b) $tg^2 13^\circ \cdot \sin^2 77^\circ + \sin^2 13^\circ \cdot tg^2 77^\circ$

c) $\dfrac{\sin 1200^\circ + \cos(-1080^\circ)}{2\sin^2 225^\circ - tg(-240^\circ)\cdot tg 405^\circ}$

d) $\dfrac{\sin^2 28^\circ + \sin^2 62^\circ - 1}{\cos^2 28^\circ + \cos^2 62^\circ + 1}$

e) $\dfrac{1}{1-\cos 23^\circ} + \dfrac{1}{1+\cos 23^\circ} - \dfrac{2}{1-\sin^2 67^\circ}$

f) $4-\sqrt{3}\cdot\sin^2 17^\circ + tg 50^\circ \cdot tg 40^\circ - \sqrt{3}\cdot\cos^2 17^\circ$

Zadanie 2. Wykaż, że:

a) $\dfrac{1}{1+tg^2\alpha} + \dfrac{1}{1+ctg^2\alpha} = 1$

b) $tg^2\alpha \cdot \dfrac{\cos\alpha}{1-\cos\alpha} = \dfrac{1+\cos\alpha}{\cos\alpha}$

c) $\dfrac{tg\alpha}{tg\alpha + ctg\alpha} = \sin^2\alpha$

d) $\dfrac{tg\alpha + \cos\alpha}{1+\sin\alpha} = \dfrac{1}{\cos\alpha}$

e) $\dfrac{(\cos\alpha + \sin\alpha)(\cos\alpha - \sin\alpha)}{\cos^2\alpha} = 1 - tg^2\alpha$

Zadanie 3. Wiedząc, że $tg\alpha + \dfrac{1}{tg\alpha} = 2$ oblicz $\sqrt{tg^2\alpha + \dfrac{1}{tg^2\alpha}}$.

Zadanie 4. Wiadomo, że $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$. Oblicz $\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} + \dfrac{\cos\alpha}{1+\sin\alpha}$.

Zadanie 5. Kąt α jest ostry oraz $\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} + \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = 2$. Oblicz $\sin\alpha\cdot\cos\alpha$

Zadanie 6. Wiedząc, że $4\cdot\sin^2\alpha - 3\cdot\cos^2\alpha = 3$ i $\alpha \in (90^\circ, 180^\circ)$, oblicz $tg\alpha$.

Zadanie 7. Wiadomo, że $\cos\alpha = -\dfrac{\sqrt{7}}{4}$, $\alpha \in (90^\circ, 180^\circ)$, oblicz $2+\sin^3\alpha + \sin\alpha\cdot\cos^2\alpha$

Zadanie 1. Oblicz:

a) $\frac{3\cdot\sin 1575^\circ - 4\cdot\cos 450^\circ}{\cos 720^\circ - \sin(-600)^\circ}$

b) $tg^2 13^\circ \cdot \sin^2 77^\circ + \sin^2 13^\circ \cdot tg^2 77^\circ$

c) $\frac{\sin 1200^\circ + \cos(-1080^\circ)}{2\sin^2 225^\circ - tg(-240^\circ)\cdot tg 405^\circ}$

d) $\frac{\sin^2 28^\circ + \sin^2 62^\circ - 1}{\cos^2 28^\circ + \cos^2 62^\circ + 1}$

e) $\frac{1}{1-\cos 23^\circ} + \frac{1}{1+\cos 23^\circ} - \frac{2}{1-\sin^2 67^\circ}$

f)
$4-\sqrt{3}\cdot\sin^2 17^\circ + tg 50^\circ \cdot tg 40^\circ - \sqrt{3}\cdot\cos^2 17^\circ$

Zadanie 2. Wykaż, że:

a) $\frac{1}{1+tg^2\alpha} + \frac{1}{1+ctg^2\alpha} = 1$

b) $tg^2\alpha \cdot \frac{\cos\alpha}{1-\cos\alpha} = \frac{1+\cos\alpha}{\cos\alpha}$

c) $\frac{tg\alpha}{tg\alpha + ctg\alpha} = \sin^2\alpha$

d) $\frac{tg\alpha + \cos\alpha}{1+\sin\alpha} = \frac{1}{\cos\alpha}$

e) $\frac{(\cos\alpha + \sin\alpha)(\cos\alpha - \sin\alpha)}{\cos^2\alpha} = 1 - tg^2\alpha$

Zadanie 3. Wiedząc, że $tg\alpha + \frac{1}{tg\alpha} = 2$ oblicz $\sqrt{tg^2\alpha + \frac{1}{tg^2\alpha}}$.

Zadanie 4. Wiadomo, że $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$. Oblicz $\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} + \frac{\cos\alpha}{1+\sin\alpha}$.

Zadanie 5. Kąt α jest ostry oraz $\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} + \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = 2$. Oblicz $\sin\alpha\cdot\cos\alpha$

Zadanie 6. Wiedząc, że $4\cdot\sin^2\alpha - 3\cdot\cos^2\alpha = 3$ i $\alpha \in (90^\circ, 180^\circ)$, oblicz $tg\alpha$.

Zadanie 7. Wiadomo, że $\cos\alpha = -\frac{\sqrt{7}}{4}$, $\alpha \in (90^\circ, 180^\circ)$, oblicz $2+\sin^3\alpha + \sin\alpha\cdot\cos^2\alpha$

Zadanie 8. Oblicz wartość wyrażenia $\frac{1+\cos\alpha}{\sin^2\alpha}$ jeśli wiadomo, że $\cos\alpha=\frac{2}{3}$

Zadanie 9. Wiedząc, że $tg\alpha+ctg\alpha=2$, oblicz wartość wyrażeń:

a) $tg^2\alpha+ctg^2\alpha$ b) $tg^3\alpha+ctg^3\alpha$

Zadanie 10. Wiedząc, że $\sin\alpha\cdot\cos\alpha=\frac{\sqrt{5}}{6}$ oblicz:

a) $\sin^4\alpha+\cos^4\alpha$ b) $\sin^6\alpha+\cos^6\alpha$

Zadanie 11. Wiedząc, że $tg\alpha=3$, oblicz $\frac{\sin\alpha\cdot tg\alpha+\cos\alpha\cdot tg\alpha}{2\cos\alpha-3\sin\alpha}$

Zadanie 12. Kąt ostry równoległoboku ma miarę 60°, a jego dłuższa przekątna ma długość równą $3\sqrt{7}$. Wiedząc, że różnica długości boków jest równa 3, oblicz długość krótszej przekątnej tego równoległoboku.

Zadanie 13. W trójkącie ABC: $|AC|=\sqrt{3}$ i $|\measuredangle ACB|=90^\circ$. Przez wierzchołek C poprowadzono prostą, która utworzyła z bokiem AC kąt 60° i przecięła bok AB w punkcie D takim, że $|AD|:|DB|=3$. Oblicz pozostałe długości boków trójkąta ABC oraz długość odcinka CD.

Zadanie 14. Boki trójkąta mają długość: $|AB|=8, |BC|=4, |AC|=6$. Oblicz długość środkowej BE.

Zadanie 15. W trójkącie ABC dane są: $|\measuredangle ACB|=120^\circ, |AC|=6, |BC|=3$. Dwusieczna kąta ACB przecięła bok AB w punkcie D. Oblicz długość odcinka CD.

Zadanie 16. W trójkącie ABC dane są: $|\measuredangle ACB|=120^\circ, |BC|=16$. Wiedząc, że promień koła opisanego na tym trójkącie jest równy 16, oblicz miary pozostałych katów oraz długości brakujących boków tego trójkąta.

Zadanie 8. Oblicz wartość wyrażenia $\frac{1+\cos\alpha}{\sin^2\alpha}$ jeśli wiadomo, że $\cos\alpha=\frac{2}{3}$

Zadanie 9. Wiedząc, że $tg\alpha+ctg\alpha=2$, oblicz wartość wyrażeń:

a) $tg^2\alpha+ctg^2\alpha$ b) $tg^3\alpha+ctg^3\alpha$

Zadanie 10. Wiedząc, że $\sin\alpha\cdot\cos\alpha=\frac{\sqrt{5}}{6}$ oblicz:

a) $\sin^4\alpha+\cos^4\alpha$ b) $\sin^6\alpha+\cos^6\alpha$

Zadanie 11. Wiedząc, że $tg\alpha=3$, oblicz $\frac{\sin\alpha\cdot tg\alpha+\cos\alpha\cdot tg\alpha}{2\cos\alpha-3\sin\alpha}$

Zadanie 12. Kąt ostry równoległoboku ma miarę 60°, a jego dłuższa przekątna ma długość równą $3\sqrt{7}$. Wiedząc, że różnica długości boków jest równa 3, oblicz długość krótszej przekątnej tego równoległoboku.

Zadanie 13. W trójkącie ABC: $|AC|=\sqrt{3}$ i $|\measuredangle ACB|=90^\circ$. Przez wierzchołek C poprowadzono prostą, która utworzyła z bokiem AC kąt 60° i przecięła bok AB w punkcie D takim, że $|AD|:|DB|=3$. Oblicz pozostałe długości boków trójkąta ABC oraz długość odcinka CD.

Zadanie 14. Boki trójkąta mają długość: $|AB|=8, |BC|=4, |AC|=6$. Oblicz długość środkowej BE.

Zadanie 15. W trójkącie ABC dane są: $|\measuredangle ACB|=120^\circ, |AC|=6, |BC|=3$. Dwusieczna kąta ACB przecięła bok AB w punkcie D. Oblicz długość odcinka CD.

Zadanie 16. W trójkącie ABC dane są: $|\measuredangle ACB|=120^\circ, |BC|=16$. Wiedząc, że promień koła opisanego na tym trójkącie jest równy 16, oblicz miary pozostałych katów oraz długości brakujących boków tego trójkąta.